EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Proba E c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\left((1-i)(i-1)\right)^4$.

5p **2.** Arătați că funcția $f:(-3,3)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln\frac{3-x}{3+x}$ este impară.

5p **3.** Determinați soluțiile întregi ale inecuației $x^2+2x-8<0$.

5p **4.** Câte elemente din mulțimea $A=\{1,2,3,...,100\}$ sunt divizibile cu 4 sau cu 5?

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $M(1,-2)$, $N(-3,-1)$ şi $P(-1,2)$. Determinați coordonatele punctului Q astfel încât $MNPQ$ să fie paralelogram.

5p **6.** Triunghiul ABC are $AB=6,\ AC=3$ şi $BC=5$. Calculați lungimea înălțimii $[AD]$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie sistemul $\begin{cases} x-2y-8z=-65 \\ 3x+y-3z=22 \\ x+y+z=28 \end{cases}$, unde $x,y,z\in\mathbb{R}$ şi matricea asociată sistemului $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -8 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că rangul matricei A este egal cu 2.

5p **b)** Rezolvați sistemul în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați numărul soluțiilor sistemului din mulțimea $\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

2. Fie mulțimea de matrice $A=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle|\ a,b\in\mathbb{Z}_5\right\}$.

5p **a)** Determinați numărul elementelor mulțimii A.

5p **b)** Arătați că există o matrice nenulă $M\in A$ astfel încât $\begin{pmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{3} \end{pmatrix}\cdot M=\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea A ecuația $X^2=I_2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}\frac{x}{x+1}$.

5p **a)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **b)** Studiați monotonia funcției *f*.

5p **c)** Determinați punctele de inflexiune ale funcției *f*.

2. Fie şirul $(I_n)_{n\ge1}$, $I_n=\int_n^{n+1}\frac{2x-1}{x}dx$.

5p **a)** Arătați că şirul $(I_n)_{n\ge1}$ este strict crescător.

5p **b)** Arătați că şirul $(I_n)_{n\ge1}$ este mărginit.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty} n(2-I_n)$.